
# Associazione Culturale “i Marrucini”
## CHIETI

Il Responsabile coordinatore dei giochi: Prof. Agostino Zappacosta
Chieti - Tel. 0871 – 65843 (cell.: 340 47 47 952)
e-mail: agostino_zappacosta@libero.it


## Prima Edizione
## “Giochi di Achille e la tartaruga” (10-DIC-2009)

## Soluzioni Categoria: B (Alunni Biennio Superiori)

| Quesito | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Risposta esatta | D | B | D | E | E | C | E | A | C | E | 36 | 168 | 020 | 589 | 60 | 18 |
| Vale punti | **4** | **4** | **4** | **4** | **5** | **5** | **5** | **5** | **6** | **6** | **6** | **6** | **8** | **8** | **12** | **12** |

**Il massimo punteggio previsto è 100. Una risposta mancante vale 1 punto. Una risposta sbagliata vale 0 punti.**

**Quesito 1 [Somma di quattro numeri consecutivi] (vale 4 punti)**
Quale, tra le seguenti affermazioni, è sempre vera?
A) Sommando quattro numeri consecutivi ottengo un numero divisibile per 3.
B) Sommando quattro numeri dispari consecutivi non ottengo un numero divisibile per 4.
C) Sommando quattro numeri pari consecutivi non ottengo un numero divisibile per 4.
D) Se sommo quattro numeri consecutivi ottengo, una volta su tre, un numero divisibile per 3.
E) Sommando quattro numeri consecutivi non sempre ottengo un numero divisibile per 2.

**Soluzione: D).**
Si procede per esclusione.
La A) non sempre è vera. Si verifica una volta su tre. 1+2+3+4 =10 (non divis. per 3); 2+3+4+5 = 14 (non divis. per 3); 3+4+5+6 = 18 (divis. per 3); 4+5+6+7 = 22 (non divis. per 3); ……
Si verifica solo quando il primo numero scelto (il più piccolo) è un multiplo di 3.
E’ facile dimostrarlo algebricamente: Se un numero è divisibile per 3 si può sempre scriverlo nella forma n = 3k (con k = 0, 1, 2, 3, 4, ….). Se il primo numero della quaterna è 3k allora gli altri tre numeri consecutivi che completano la quaterna saranno: 3k+1, 3k+2, 3k+3. Sommando i quattro numeri consecutivi otteniamo: 3k+(3k+1)+(3k+2)+(3k+3) =12k+6 = 6(2k+1) che è un numero multiplo di 6 (e, quindi, anche di 2 e di 3).
B) è sempre falsa: 1+3+5+7 = 16; 3+5+7+9 = 24; 5+7+9+11 = 32; ecc. ecc.
Siccome le somme variano, a partire da 16, a 8 a 8, siamo sicuri che i risultati a seguire saranno tutti multipli di quattro. E’ falso, quindi, dire che non è un multiplo di 4.
La C) è analoga alla risposta B)
La D) è vera. Infatti 2+4+6+8 = 20 (non divis. per 3); 4+6+8+10 =28 (non divis. per 3); 6+8+10+12 = 36 (divis. per 3); 8+10+12+14 = 44 (non divis. per 3); …..
Come si vede queste somme ci danno solo numeri pari non tutti divisibili per tre (solo uno ogni tre). [Vedi punto A)]
Algebricamente:
Indico con n il primo numero naturale (con n= 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ….), il suo consecutivo sarà n+1 che avrà come suo consecutivo n+2, che, a sua volta, avrà, come suo consecutivo n+3.
Eseguendo la somma otteniamo: n + (n+1) + (n+2) + (n+3) = 4n + 6 = 2(2n+3).

2(2n+3) sarà un multiplo di tre solo se il contenuto della parentesi 2n+3 è multiplo di 3.
2n+3 è un multiplo di 3 solo per n multiplo di 3 (0, 3, 6, 9, …).
La E) E’ falsa. Quando sommo quattro numeri consecutivi ho **sempre,** per risultato, un numero pari (quindi, divisibile per 2).

## Quesito 2 [Quante sono le frazioni?] (vale 4 punti)

Ecco una lista dei numeri primi.
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, …….
Quante sono le frazioni proprie che hanno per denominatore un numero primo minore di 30?
ATTENZIONE: si devono prendere solo le frazioni ridotte ai minimi termini.
A) 45; B) 119; C) 54; D) 69; E) nessuno dei precedenti.

**Soluzione: B).119.**
I numeri primi minori di trenta sono in tutto 10.
Le frazioni proprie sono quelle in cui il numeratore è minore del denominatore.
Se al denominatore figura un numero primo, al numeratore ci possiamo mettere tutti i numeri, da 1 fino a quello precedente quel numero primo. Se il numero primo, per es. è 7, al numeratore ci possiamo mettere tutti i numeri da 1 a 6 e formiamo così 6 frazioni che non sono semplificabili perché il denominatore è un numero primo.
Un conteggio veloce potrebbe essere il seguente:
raggruppiamo i primi 10 numeri primi in questo modo:
3+7; 11+19; 13+17; 23+2+5; e 29 da cui otteniamo 10+30+30+30+29 = 129.
Ma ogni numero primo produce un numero di frazioni pari al numero primo, preso in considerazione, diminuito di 1
Siccome 129 è la somma dei primi 10 numeri primi (minori di 30), le frazioni possibili saranno 119 (129-10).

**Provare per credere**
1/2;
1/3; 2/3;
1/5; 2/5; 3/5; 4/5;
1/7; 2/7; 3/7; 4/7; 5/7; 6/7;
1/11; 2/11; 3/11; 4/11; 5/11; 6/11; 7/11; 8/11; 9/11; 10/11;
1/13; 2/13; 3/13; 4/13; 5/13; 6/13; 7/13; 8/13; 9/13; 10/13; 11/13; 12/13;
1/17; 2/17; 3/17; 4/17; 5/17; 6/17; 7/17; 8/17; 9/17; 10/17; 11/17; 12/17; 13/17; 14/17; 15/17; 16/17;
1/19; 2/19; 3/19; 4/19; 5/19; 6/19; 7/19; 8/19; 9/19; 10/19; 11/19; 12/19; 13/19; 14/19; 15/19; 16/19; 17/19; 18/19;
1/23; 2/23; 3/23; 4/23; 5/23; 6/23; 7/23; 8/23; 9/23; 10/23; 11/23; 12/23; 13/23; 14/23; 15/23; 16/23; 17/23; 18/23; 19/23; 20/23; 21/23; 22/23;
1/29; 2/29; 3/29; 4/29; 5/29; 6/29; 7/29; 8/29; 9/29; 10/29; 11/29; 12/29; 13/29; 14/29; 15/29; 16/29; 17/29; 18/29; 19/29; 20/29; 21/29; 22/29; 23/29; 24/29; 25/29; 26/29; 27/29; 28/29;
Somma: (1+2+4+6+10+12+16+18+22+28) = (3+10+10+16+30+50) = 119.

## Quesito 3 [Si salvi chi può!!] (vale 4 punti)

Quale dei seguenti prodotti termina con il maggior numero di zeri?
A) 8×9×15625x10; B) 2×2187×3125x1000; C) 256×27×78125;
D) 32x243x625x100000; E) 81×3125x100000000.

**Soluzione: D) è l’unico prodotto che finisce con più zeri (nove).**
I prodotti indicati in A) e B) finiscono entrambi con 4 zeri. I prodotti, indicati, rispettivamente in C) ed E) finiscono rispettivamente con 7 ed 8 zeri. Il prodotto indicato nella D) finisce, invece, con **9** zeri.

**Nell’analisi delle varie alternative, non è necessario considerare i fattori dispari, a parte i multipli di 5, perché chi governa la presenza delle cifre “0” sono solo i fattori 2 e 5 che, poi moltiplicati ci daranno tanti 10 (2x5).che andranno a formare la lista degli zeri finali.**

Perciò, i fattori 9, 2187, 27, 343 e 81 non bisogna analizzarli per niente. Sono ininfluenti.

A) Ottengo: $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^6 \cdot 2 \cdot 5 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^7$ che finisce con 4 zeri (la presenza dei fattori 2 e 5 fornisce uno zero per ciascuna presenza). Ma il 2 figura solo 4 volte: avremo, perciò solo 4 zeri finali, anche se il 5 figura ben 7 volte.
B) Ottengo: $2 \cdot 3^7 \cdot 5^5 \cdot 2^3 \cdot 5^3 = 2^4 \cdot 3^7 \cdot 5^8$ che finisce con 4 zeri (la presenza dei fattori 2 e 5 fornisce uno zero per ciascuna presenza). Ma il 2 figura solo 4 volte: avremo, perciò solo 4 zeri finali, anche se il 5 figura ben 8 volte.
C) Ottengo: $2^8 \cdot 3^3 \cdot 5^7$ che finisce con 7 zeri (la presenza dei fattori 2 e 5 fornisce uno zero per ciascuna presenza). Ma il 5 figura solo 7 volte: avremo, perciò solo 7 zeri finali, anche se il 2 figura ben 8 volte.
D) Ottengo $2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^4 \cdot 2^5 \cdot 5^5 = 2^{10} \cdot 3^5 \cdot 5^9$ che finisce con 9 zeri (la presenza dei fattori 2 e 5 fornisce uno zero per ciascuna presenza). Ma il 5 figura solo 9 volte: avremo, perciò solo 9 zeri finali, anche se il 2 figura ben 10 volte.
E) Ottengo $3^4 \cdot 5^5 \cdot 2^8 \cdot 5^8 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^{13}$ che finisce con 8 zeri (la presenza dei fattori 2 e 5 fornisce uno zero per ciascuna presenza). Ma il 2 figura solo 8 volte: avremo, perciò solo 8 zeri finali, anche se il 5 figura ben 13 volte.

## Quesito 4 [Cena di gala che si rispetta!!] (vale 4 punti)

In una cena di gala, alle ore 22.00 in punto, c’è il brindisi finale. Lo spumante deve essere servito in modo rigoroso alla temperatura di 5° gradi centigradi. Se la temperatura delle bottiglie di spumante, appena tolte dal cartone, era inizialmente di 27° gradi, a che ora sono state messe in frigorifero se sappiamo che in quel frigorifero la temperatura scende di mezzo grado al minuto?

A) $21^h\ 38^m$; B) $21^h\ 06^m$; C) $21^h\ 26^m$; D) $21^h\ 33^m$; E) nessuno dei precedenti.

**Soluzione: E) ore $21^h\ 16^m$.**

Se la temperatura scende di un mezzo grado al minuto, vuol dire che ogni due minuti, la temperatura dello spumante scende di un grado. Per passare dai 27° ai 5° gradi desiderati, la temperatura dovrà scendere di 22° gradi (27-5=22). Quindi: 22x2 minuti = **44** minuti, che rappresenta il tempo necessario per portare la temperatura della bibita da 27° ai 5° gradi desiderati. Quindi 44 minuti prima delle 22.00 le bottiglie sono state messe in frigo e cioè:
$22^h 00^m - 44^m = 21^h\ 16^m$.

## Quesito 5 [Autobus e saliscendi] (vale 5 punti)

L’autobus della mattina (delle ore 7.43), parte da Montesilvano con un certo numero di passeggeri. A Pescara, i passeggeri quadruplicano, senza che nessuno scenda. A Barletta scendono solo i passeggeri che erano saliti a Montesilvano. Nello stesso tempo salgono 12 passeggeri. A Bari scende i due terzi delle persone presenti in quel momento sull’autobus e salgono solo tre persone. I passeggeri che arrivano a Gioia del Colle risultano essere esattamente una volta e mezzo quelli che erano partiti da Montesilvano.

Quanti passeggeri c’erano, sul pullman, nel momento in cui questo è partito da Bari?

**Nota Bene:** l’autobus, a due piani, escludendo l’autista, dispone di 75 posti a sedere.

A) 12; B) 18; C) 14; D) 28; E) nessuno dei precedenti.

**Soluzione: E) 21.**

Indichiamo con x il numero dei passeggeri saliti a Montesilvano.
A Pescara quadruplicano, cioè diventano 4 volte x cioè 4x.
A Barletta scendono quelli di Montesilvano (cioè x) e salgono 12 passeggeri.
La situazione, in partenza da Barletta, è di 3x+12 passeggeri.
A Bari scende i due terzi delle persone presenti in quel momento sull’autobus e salgono solo tre persone. I 2/3 di (3x+12) dà esattamente 2x+8.
La situazione, in partenza da Bari, sarà allora la seguente: è di 3x+12-(2x+8)+3 passeggeri.
x+7 sono i passeggeri partiti da Bari e che arrivano a Gioia del Colle.

Siccome questi corrispondono ad una volta e mezzo cioè ai 3/2 di x (ricordando che con x abbiamo indicato i passeggeri partiti da Montesilvano). Si completa, così, l'equazione:
x+7 = 3/2x; risolvendo otteniamo 1/2x = 7; concludendo x = 14.
La verifica è facile ed immediata e soddisfa tutti i dati del problema.
**Alla fine, i passeggeri partiti da Bari, che arrivano a Gioia del Colle, sono: 21 (=3/2·14).**

### Quesito 6 [Alla ricerca dei multipli di 8] (vale 5 punti)

Comunque scelgo due numeri dispari consecutivi la loro somma mi dà sempre un multiplo di quattro.
In alcuni casi, però, questa somma è un multiplo anche di 8.
Dite quante sono le coppie di numeri dispari consecutivi (minori di 500) la cui somma è un multiplo di 8.
A) 248; B) 496; C) 124; D) 250; E) nessuna delle precedenti.

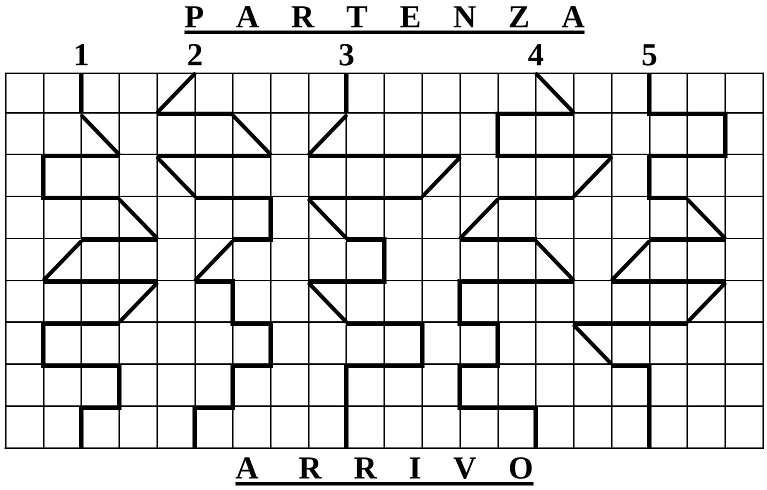
**Soluzione: C) 124 coppie.**
Due numeri dispari consecutivi si possono indicare in questo modo:
2n+1 e 2n+3 con n = 0, 1 ,2 ,3, 4, ……
La somma sarà sempre: 2n+1+2n+3 = 4n+4 = 4(n+1) che è evidentemente un multiplo di 4
per qualsiasi n!!!! Per essere anche multiplo di 8 occorre che la parentesi (n+1) dia un numero pari.
Ciò si ottiene solo per n dispari. Perciò, in questa formula**, per n dispari,** avremo che la somma risulterà anche divisibile per 8.
Il numero dispari più grande minore di 500 è 499. Ponendo: 2n+3=499; → 2n=499-3; → 2n= 496; infine n = 248.
Basta calcolare quanti dispari abbiamo fino ad n=248. Questi sono esattamente la metà:
248:2 = 124. Quindi le coppie di dispari consecutivi (minori di 500) la cui somma è anche divisibile per 8, sono in tutto **124.**
Se vogliamo fare una verifica pratica (non ce ne sarebbe bisogno!!) **è utile** disporre le coppie di numeri in questo modo:
Ecco l'elenco completo:
(3, 5); (7, 9); (11, 13); (15, 17); (19, 21); (23, 25); (27, 29); (31, 33); (35, 37); (39, 41);
(43, 45); (47, 49); (51, 53); (55, 57); (59, 61); (63, 65); (67, 69); (71, 73); (75, 77); (79, 81);
(83, 85); (87, 89); (91, 93); (95, 97); (99, 101); (103, 105); (107, 109); (111, 113); (115, 117); (119, 121);
(123, 125); (127, 129); (131, 133); (135, 137); (139, 141); (143, 145); (147, 149); (151, 153); (155, 157); (159, 161);
(163, 165); (167, 169); (171, 173); (175, 177); (179, 181); (183, 185); (187, 189); (191, 193); (195, 197); (199, 201);
(203, 205); (207, 209); (211, 213); (215, 217); (219, 221); (223, 225); (227, 229); (231, 233); (235, 237); (239, 241);
(243, 245); (247, 249); (251, 253); (255, 257); (259, 261); (263, 265); (267, 269); (271, 273); (275, 277); (279, 281);
(283, 285); (287, 289); (291, 293); (295, 297); (299, 301); (303, 305); (307, 309); (311, 313); (315, 317); (319, 321);
(323, 325); (327, 329); (331, 333); (335, 337); (339, 341); (343, 345); (347, 349); (351, 353); (355, 357); (359, 361);
(363, 365); (367, 369); (371, 373); (375, 377); (379, 381); (383, 385); (387, 389); (391, 393); (395, 397); (399, 401);
(403, 405); (407, 409); (411, 413); (415, 417); (419, 421); (423, 425); (427, 429); (431, 433); (435, 437); (439, 441);
(443, 445); (447, 449); (451, 453); (455, 457); (459, 461); (463, 465); (467, 469); (471, 473); (475, 477); (479, 481);
(483, 485); (487, 489); (491, 493); (495, 497).

### Quesito 7 [Che passione, le gincane!!] (vale 5 punti)

Marco, Stefano, Francesco, Andrea e Giuseppe hanno come numero di pettorale, rispettivamente, i numeri 1, 2 , 3, 4 e 5. Partecipano ad una gincana motociclistica e devono percorrere ciascuno un percorso diverso, corrispondente al proprio numero di pettorale. Si sa che un singolo tratto , sia verticale che orizzontale, equivalente al lato di uno dei tanti quadratini raffigurati nella mappa dei percorsi, misura esattamente 800 metri. Sapendo che tutti e cinque procedono alla stessa velocità, il primo che taglierà il traguardo, quanti km avrà percorso?
**N.B.**: qualora adoperate le rad. quadr. di 2 o di 3 ricordate di adoperare solo tre cifre decimali, (1.414, oppure 1.732).
A) 16.800; B) 18.400; C) 20; D) 18.625; E) nessuno dei precedenti.

**Soluzione: E) km 18.125**

Bisogna stabilire qual è il percorso più corto. Vediamo che i cinque percorsi presentano tutti "quattro" tratti obliqui. Basta allora contare solo i tratti verticali od orizzontali presenti in ciascun percorso. Un tratto , sia verticale che orizzontale, equivale al lato di uno dei tanti quadratini raffigurati nella mappa dei percorsi. Notiamo che i percorsi 1, 3 e 5, oltre ai quattro tratti obliqui**,** presentano tutti 19 tratti di percorso (lato del quadratino).
Il percorso n. **4,** oltre ai quattro tratti obliqui, presenta 21 tratti ed è quello più lungo.
Infine, Il percorso **2**, oltre ai quattro tratti obliqui, presenta solo 17 tratti ed è quello più corto.
Quindi Stefano, avendo il pettorale n. 2, che è abbinato al percorso 2, taglierà per primo il traguardo. Vediamo i km da lui percorsi:
m 800 = km 0.800; Il percorso misurerà Km(17x0.800 + 4x0.800x1.414) = km (13.600+4.525)= km 18.125. [N.B. 1.414 è la radice quadrata di 2 approssimata al millesimo].




### Quesito 8 [La cifra più ripetuta] (vale 5 punti)
Se devo scrivere tutti i multipli di otto da 888 a 1888 (estremi inclusi), qual è la cifra che si ripete di più?
A) 1; B) 6; C) 2; D) 8; E) nessuno dei precedenti.

**Soluzione: A) 1.**
I numeri multipli di 8 tra 888 e 1888 sono [(1888-888):8]+1, cioè 126 e non 125.
A 125 debbo aggiungere 1 numero (888 che è il primo).
La cifra uno figura complessivamente **134** volte. Figura 112 volte al posto delle migliaia (da 1000 a 1888) 12 volte al posto delle centinaia (da 1104 fino a 1192) e 10 volte al posto delle decine
Essendo 1 un numero dispari, non può figurare al posto delle unità.
Ciascuna delle cifre dispari (3, 5, 7, 9) figura solo 22 volte (12 al posto delle centinaia e 10 volte al posto delle decine). Ciascuna delle cifre 0, 2, 4, 6 figura 53 volte (13 volte al posto delle centinaia, 15 volte al posto delle decine e 25 volte al posto delle unità). Infine la cifra 8 figura 56 volte. (14 volte al posto delle centinaia, 16 volte al posto delle decine e 26 volte al posto delle unità).
Se vogliamo fare una verifica pratica (non ce ne sarebbe bisogno!!) è utile disporre i numeri in questo modo:

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 888 | 928 | 968 | 1008 | 1048 | 1088 | 1128 | 1168 | 1208 | 1248 | 1288 | 1328 | 1368 | 1408 | 1448 |
| 896 | 936 | 976 | 1016 | 1056 | 1096 | 1136 | 1176 | 1216 | 1256 | 1296 | 1336 | 1376 | 1416 | 1456 |
| 904 | 944 | 984 | 1024 | 1064 | 1104 | 1144 | 1184 | 1224 | 1264 | 1304 | 1344 | 1384 | 1424 | 1464 |
| 912 | 952 | 992 | 1032 | 1072 | 1112 | 1152 | 1192 | 1232 | 1272 | 1312 | 1352 | 1392 | 1432 | 1472 |
| 920 | 960 | 1000 | 1040 | 1080 | 1120 | 1160 | 1200 | 1240 | 1280 | 1320 | 1360 | 1400 | 1440 | 1480 |

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1488 | 1528 | 1568 | 1608 | 1648 | 1688 | 1728 | 1768 | 1808 | 1848 | 1888 |
| 1496 | 1536 | 1576 | 1616 | 1656 | 1696 | 1736 | 1776 | 1816 | 1856 | |
| 1504 | 1544 | 1584 | 1624 | 1664 | 1704 | 1744 | 1784 | 1824 | 1864 | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1512 | 1552 | 1592 | 1632 | 1672 | 1712 | 1752 | 1792 | 1832 | 1872 |
| 1520 | 1560 | 1600 | 1640 | 1680 | 1720 | 1760 | 1800 | 1840 | 1880 |

### Quesito 9 [Dov'è la verità?] (vale 6 punti)

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

A) Se moltiplico due numeri naturali:qualsiasi ottengo sempre una somma uguale al quadrato del primo più il secondo;
B) Se moltiplico due numeri naturali qualsiasi ottengo sempre una somma uguale al quadrato del secondo più il primo;
C) Se moltiplico due numeri naturali consecutivi ottengo sempre una somma uguale al quadrato del primo più il primo;
D) Se moltiplico due numeri naturali consecutivi ottengo sempre una somma uguale al quadrato del secondo più il secondo;
E) Le affermazioni precedenti sotto tutte vere.

**Soluzione: C)**

Velocemente passiamo in rassegna le varie alternative, basta un esempio:

A) Prendiamo due numeri naturali qualsiasi, per es. 3 e 8. Il prodotto è 24. Il quadrato del primo è 9 (3x3). $24 \neq 9 + 8$.
B) Prendiamo sempre 3 e 8. Il quadrato del secondo è 64 (8x8): $24 \neq 64+3$.
C) Vedi sotto.
D) Prendiamo, per es.: 8 e 9. 8x9 = 72; 81+8 =89; $72 \neq 89$.
E) E' evidentemente falso.

Alternativa C)

Se prendo **due** numeri consecutivi qualsiasi e li moltiplico ottengo sempre il quadrato del più piccolo più questo numero ?? Perché??

| | |
|---|---|
| 0x1 = 0 | $0^2 + 0 = 0$; |
| 1x2 = 2 | $1^2 + 1 = 2$; |
| 2x3 = 6 | $2^2 + 2 = 6$: |
| 3x4 = 12 | $3^2 + 3 = 12$; ecc. ecc. |

Dimostrazione (calcolo algebrico)

Se indico con **n** un numero naturale qualsiasi, il suo successivo sarà: **n+1. Il loro prodotto sarà:** $n\cdot(n+1) = ?$ sviluppando il calcolo otteniamo $n^2 + n$ che rappresenta proprio: il quadrato di **n** (che rappresenta il primo numero) più **n** stesso.

### Quesito 10 [Roberta e l'eclisse di luna!!!] (vale 6 punti)

**NOTA BENE**: L'eclisse di Luna si verifica quando la Terra si viene a trovare tra Sole e Luna e proietta la sua ombra su quest'ultima. Un'eclisse totale di luna, visibile in Italia, è prevista per il 21 gennaio del 2019.
Roberta, che è nata il 21 gennaio 1983, quanti anni dovrà aspettare per vedere quest'eclisse?

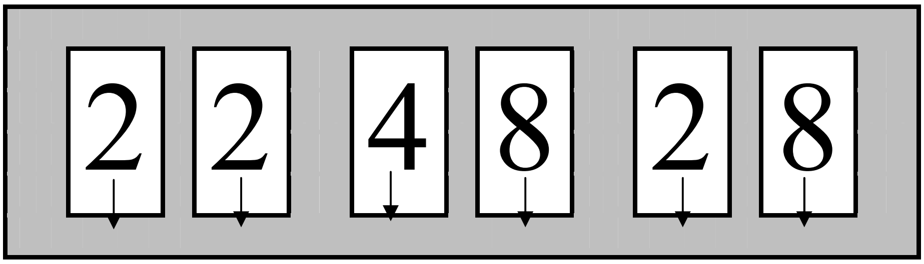
A) 34; B) 37; C) 36; D) 35; E) nessuno dei precedenti.

Soluzione: **E) 10 anni.**

Oggi, siamo nel 2009. Tutti noi, compreso Roberta, indipendentemente dall'età che abbiamo raggiunto, se vogliamo vedere quell'eclisse, dobbiamo aspettare ancora 10 anni (2019-2009).

### Quesito 11 [Attenzione a quelle tre cifre] (vale 6 punti)

Su un orologio digitale ci sono a disposizione 6 cristalli liquidi: i primi due (da sinistra) servono per indicare le ore (da 00 a 23), a seguire, gli altri due indicano i minuti (da 00 a 59) ed, infine, gli ultimi due a destra indicano i secondi (da 00 a 59). Adoperando solo le cifre 2, 4 e 8 (la stessa cifra può essere ripetuta fino a 6 volte) quante ore diverse posso formare?




Il numero formato da queste due cifre indica le **ore**

Il numero formato da queste due cifre indica i **minuti**

Il numero formato da queste due cifre indica i **secondi**

**Soluzione: 36 ore diverse.**
Potendo adoperare solo queste tre cifre, per indicare le ore, posso formare solo un numero: 22.
Sempre adoperando solo queste tre cifre, i numeri che posso formare, sia per indicare i minuti, sia per indicare i secondi sono sei: 22; 24; 28; 42; 44; 48.
Ciascuno di questi numeri (indicante, per es., i minuti) può essere abbinato ad altrettanti numeri che indicano i secondi. Avremo cosi 6x6 = **36 ore diverse. (che indicano solo minuti e secondi).**
L'unica ora possibile (22), si può abbinare a ciascuna delle 36 combinazioni diverse (indicanti minuti e secondi). Le 36 combinazioni sono le seguenti:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 22.22.22; | 22.22.24 | 22.22.28; | 22.22.42; | 22.22.44; | 22.22.48; |
| 22.24.22; | 22.24,24; | 22.24.28; | 22.24.42; | 22.24.44; | 22.24.48; |
| 22.28.22; | 22.28,24: | 22.28.28; | 22.28.42; | 22.28.44; | 22.28.48; |
| 22.42.22; | 22.42,24: | 22.42.28; | 22.42.42; | 22.42.44; | 22.42.48; |
| 22.44.22; | 22.44,24: | 22.44.28; | 22.44.42; | 22.44.44; | 22.44.48; |
| 22.48.22; | 22.48,24: | 22.48.28; | 22.48.42; | 22.48.44; | 22.48.48. |

## Quesito 12 [Attenzione agli stuzzicadenti!!] (vale 6 punti)

Nella figura qui sotto il lato di un quadratino corrisponde ad uno stuzzicadenti.
Per costruire la prima figura abbiamo adoperato 24 stuzzicadenti. Per la seconda figura abbiamo adoperato qualche stuzzicadente in più. Per la terza figura, ancora altri stuzzicadenti. Continuando a costruire figure nello stesso modo, quanti stuzzicadenti saranno necessari per la tredicesima figura?

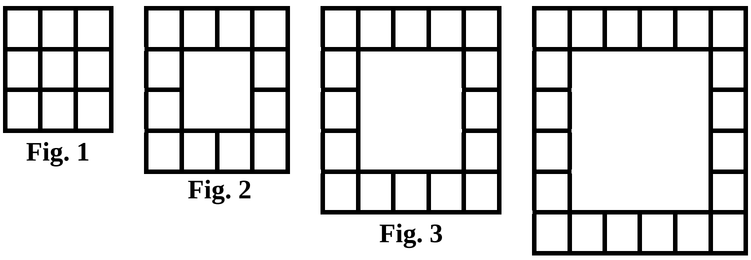


**Fig. 1** **Fig. 2** **Fig. 3** **Fig. 4**

**Soluzione: 168 stuzzicadenti.**
Infatti per costruire la tredicesima figura sono necessari **168** stuzzicadenti. Passando dalla figura 1 alla 2 si devono aggiungere 12 stuzzicadenti. Tre per ciascuno dei quattro lati del quadrato. Per passare dalla figura 2 alla 3 se ne devono aggiungere altri 12, (sempre tre per lato). Per passare dalla figura 3 alla 4 se ne devono aggiungere altri 12. E così via. Quindi per passare dalla figura 1 alla figura 13, devo aggiungere per dodici volte 12 stuzzicadenti per volta. Devo aggiungere cioè 144 (12x12) stuzzic. Questi 144 aggiunti ai 24 stuzzicadenti della figura 1 fanno in tutto 144+24 = **168** stuzzicadenti. Provare per credere!!!

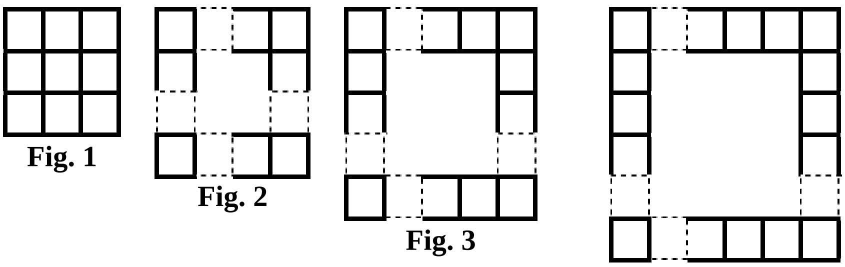


**Fig. 1** **Fig. 2** **Fig. 3** **Fig. 4**

**Quesito 13 [Somme strane!!] (vale 8 punti)**
In questa successione di numeri:
2; 22; 222; 2222; …….; $\underbrace{222……..222}_{\text{n volte}}$
se n vale 20 quali saranno le ultime tre cifre della somma di questi venti numeri?

**Soluzione: le ultime tre cifre sono 020.**
Mettendo in colonna i venti numeri per eseguire la somma, notiamo che nel posto delle unità, il 2 figura per venti volte. Nel posto delle decine, il 2 figura per diciannove volte (una volta in meno); al posto delle centinaia, il 2 figura solo diciotto volte ecc. ecc.
Sommando le cifre delle unità (20 volte 2) otteniamo 40. Di questo si prende solo la <u>cifra 0</u> e 4 funge da riporto.
Sommando le cifre delle decine (19 volte 2) otteniamo 38 che col riporto dà 42 (38+4). Di 42 si prende solo l'ultima <u>cifra (il 2</u>) ed il 4 funge da riporto.
Sommando le cifre delle centinaia (18 volte 2) otteniamo 36 che col riporto dà 40 (36+4). Di 40 si prende solo l'ultima <u>cifra (lo 0</u>) ed il 4 funge da riporto.
Cosi abbiamo ottenuto le ultime tre cifre: *******020.

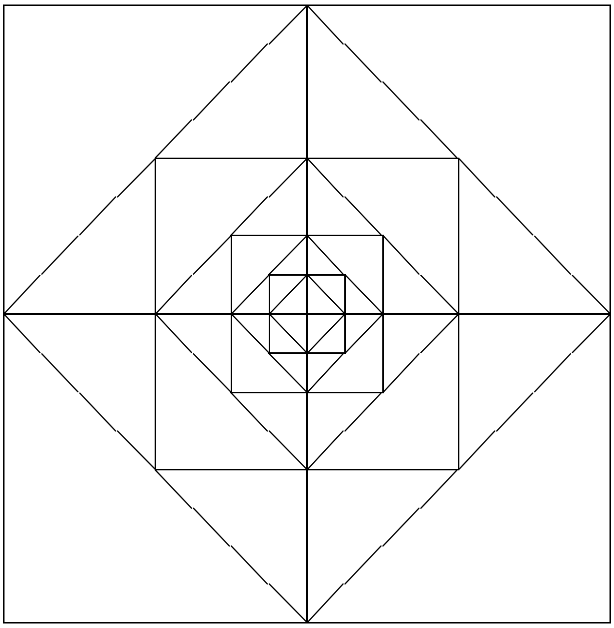
Provare per credere (non ce ne sarebbe bisogno!!):

| | |
|---|---|
| n=1 avremo 2 | 2 |
| n=2 avremo 2+22 | 24 |
| n=3 avremo 2+22+222 | 246 |
| n=4 avremo 2+22+222+2222 | 2468 |
| n=5 avremo 2+22+222+2222+22222 | 24690 |
| n=6 avremo 2+22+222+2222+22222+222222 | 246912 |
| n=7 avremo 2+22+222+2222+22222+222222+2222222 | 2469134 |
| n=8 avremo 2+22+222+2222+22222+222222+2222222+22222222 | 24691356 |
| n=9 avremo 2+22+222+……………….+222222222 | 246913578 |
| n=10 avremo 2+22+222+…………...+2222222222 | 2469135800 |
| n=11 avremo 2+22+222…… +22222222222 | 24691358022 |
| n=12 avremo 2+22+222 +… …+222222222222 | 246913580244 |
| n=13 avremo 2+22+222 +… +2222222222222 | 2469135802466 |
| n=14avremo 2+22+222+… +22222222222222 | 24691358024688 |
| n=15 avremo 2+22+222+… …+222222222222222 | 246913580246910 |
| n=16 avremo 2+22+222+… +2222222222222222 | 2469135802479132 |
| n=17 avremo 2+22+222+……+22222222222222222 | 24691358024691354 |
| n=18 avremo 2+22+222 +……+222222222222222222 | 246913580246913576 |
| n=19 avremo 2+22+222+……+2222222222222222222 | 2469135802469135798 |
| n=20 avremo 2+22+…………+22222222222222222222 | 24691358024691358**<u>020</u>** |

**Quesito 14 [Le galline e le confezioni di uova] (vale 8 punti)**
Nel pollaio di Ernesto ci sono 90 galline. Si sa che ogni sei galline producono quattro uova al giorno. Delle uova prodotte nel mese di dicembre, il 5% si sono rotte. Con le uova rimaste (quelle sane), Ernesto ha preparato delle confezioni da tre uova ciascuna. Quante confezioni otterrà, Ernesto, adoperando tutte le uova rimaste?
**NOTA BENE**: le galline lavorano anche nei giorni festivi e super-festivi!!!

**Soluzione: 589 confezioni.**
Se sei galline, in un giorno, producono quattro uova, 90 galline (15 volte più numerose rispetto a 6) produrranno 60 uova (4x15 volte), in un giorno. Dato che il mese di dicembre è composto da 31 giorni, le uova prodotte saranno complessivamente 1860 (60x31).
Il 5% di 1860 è: 1860x5:100 = 93. (uova rotte): (1860-93) = 1767. (uova rimaste)
(1767:3) = 589. (confezioni ottenute).

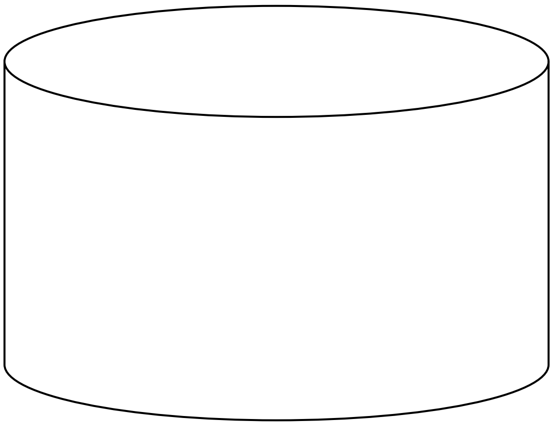
**Quesito 15 [Aguzza la vista!!] (vale 12 punti)**
Quanti trapezi isosceli vedi nella figura?



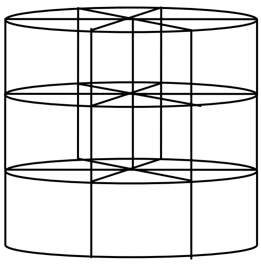
**Soluzione: 60**
Ci sono 12 trapezi isosceli grandi (con la base maggiore coincidente con ciascuna mediana (e con ¾ di questa sia spostata a destra che a sinistra) del quadrato più grande (fig. 1, fig. 2 e fig. 3)
Ci sono 12 trapezi isosceli medi (con la base maggiore coincidente con metà di ciascuna mediana (e con 3/8 di questa sia spostata a destra che a sinistra) del quadrato più grande (fig. 4).
Ci sono 12 trapezi isosceli piccoli (con la base maggiore coincidente con 1/4 di ciascuna mediana (e con 3/16 di questa sia spostata a destra che a sinistra) del quadrato più grande (fig. 5).
Abbiamo, quindi, **36** trapezi con le basi parallele alle due mediane del quadrato più grande.
(Le basi cioè sono o verticali od orizzontali).

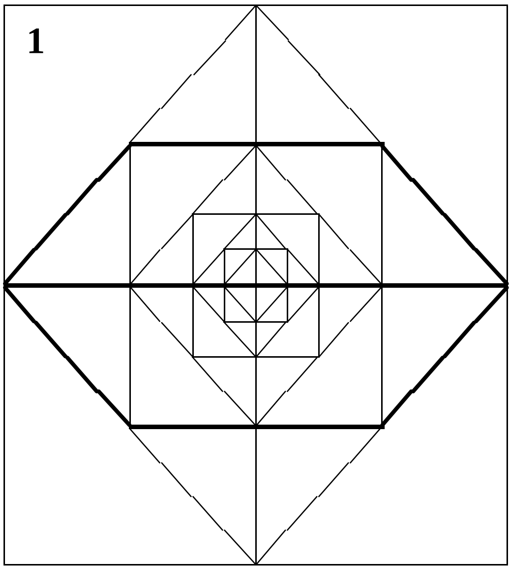
Adesso dobbiamo contare i trapezi isosceli con le basi oblique (±45°; ±135°).
Ne sono 24 (6x4) [vedi fig, 6, 7, 8, 9, 10, 11]
Quindi, i trapezi isosceli sono in tutto:
(36+24) = 60.

**Quesito 16 [Il minimo dei tagli col massimo delle fette] (vale 12 punti)**
Al compleanno di Lorenzo, la madre deve tagliare la torta (costituita da un semplice Pan di Spagna senza crema o cioccolata) in tante porzioni uguali. Secondo te, qual' è il numero massimo di fette che può ottenere con soli cinque tagli di coltello?

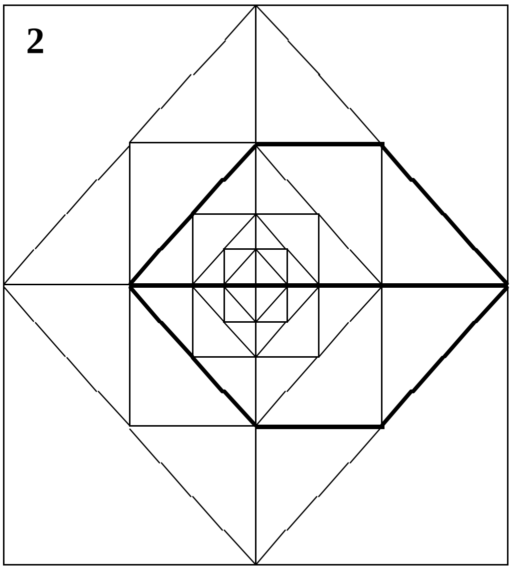


**Soluzione: Risposta esatta: 18.**
La madre di Lorenzo effettua tre tagli (in verticale) dividendo la torta in sei fette.
Reggendo con una mano la torta così tagliata, effettua due tagli orizzontali ad eguale distanza, ottenendo così, con soli 5 tagli, ben 18 (6x3) fette!!!
**Nota impertinente**: Una docente che ha in classe solo 17 alunni, in occasione del suo compleanno (Ministro Brunetta permettendo!!) porta una torta a scuola e con soli 5 tagli ottiene 18 fette (1 fetta va alla festeggiata ed una fetta a ciascun alunno). In questo modo abbiamo accontentato 18 persone col **minimo consumo** del coltello!!!

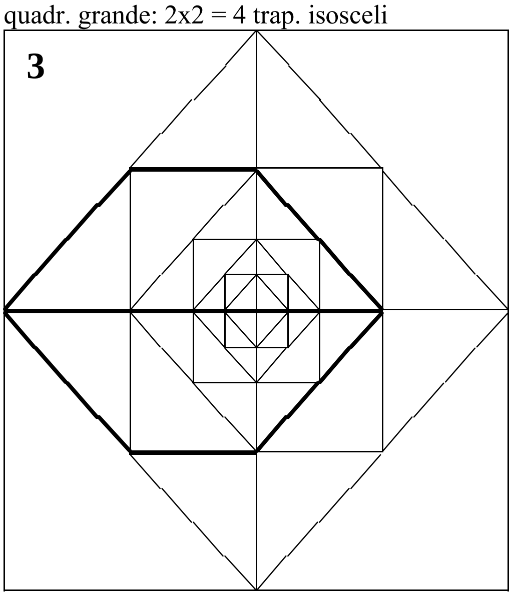




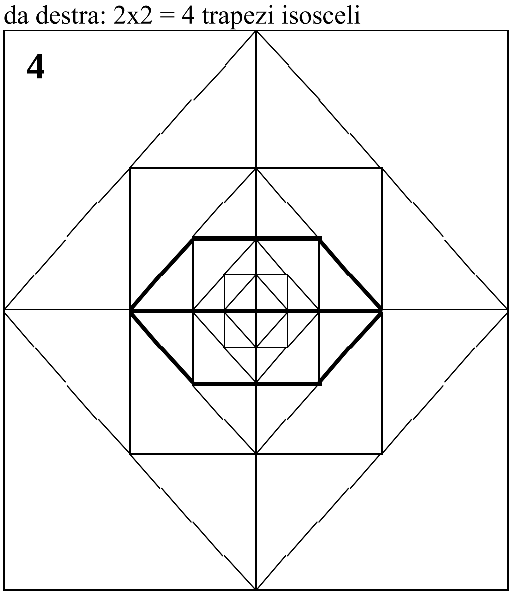

2 trap. grandi per ogni mediana del
quadr. grande: 2x2 = 4 trap. isosceli



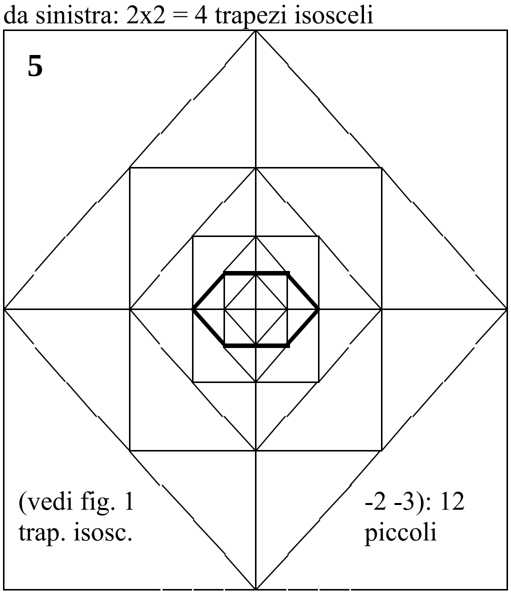

2 trap. con base mag. =3/4 mediana
da destra: 2x2 = 4 trapezi isosceli

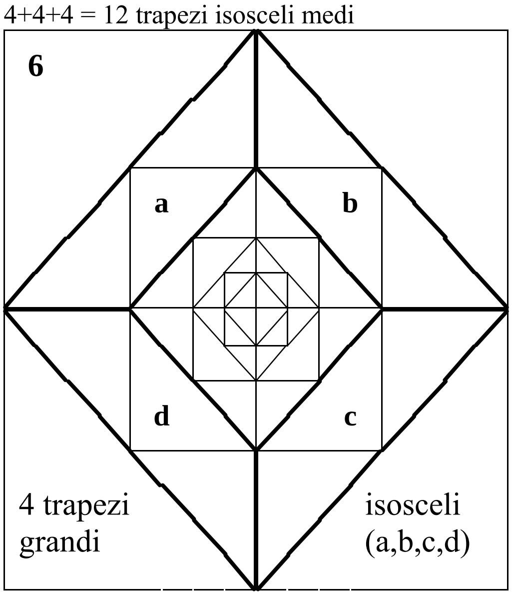


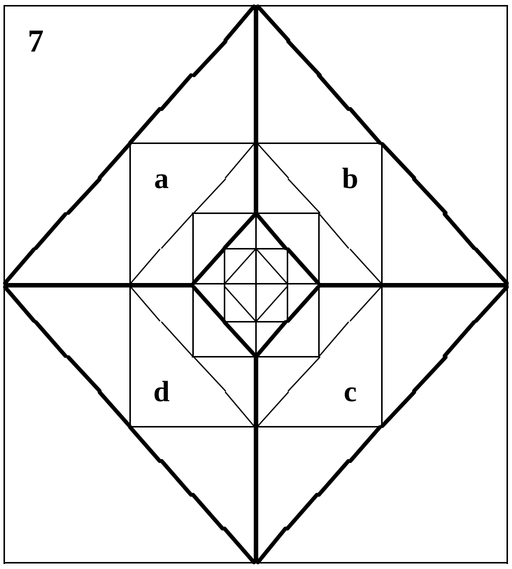

2 trap. con base mag. =3/4 mediana
da sinistra: 2x2 = 4 trapezi isosceli



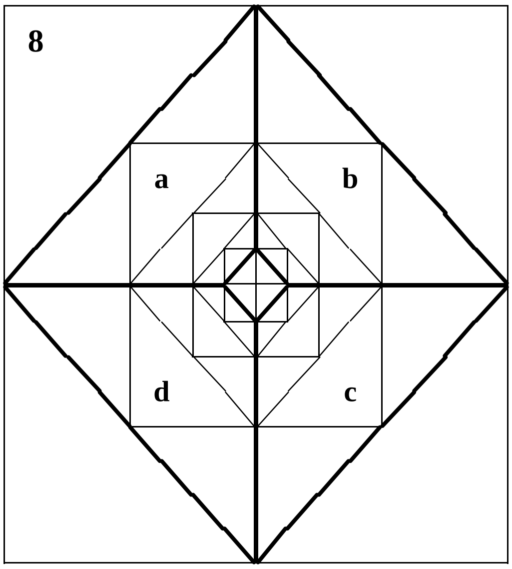

Come le fig. 1, 2, 3 per i trap medi:
4+4+4 = 12 trapezi isosceli medi



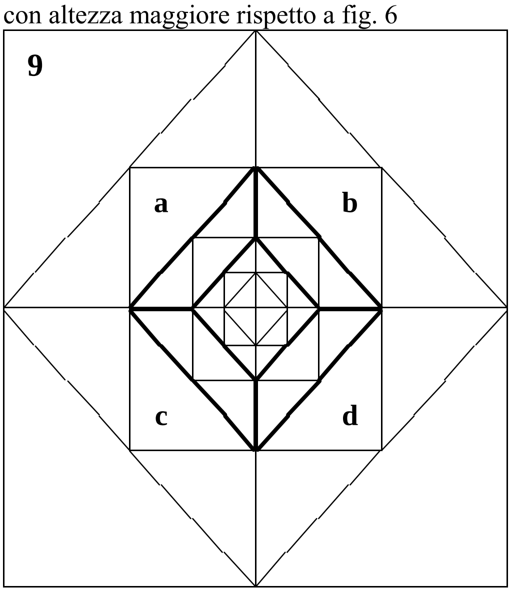





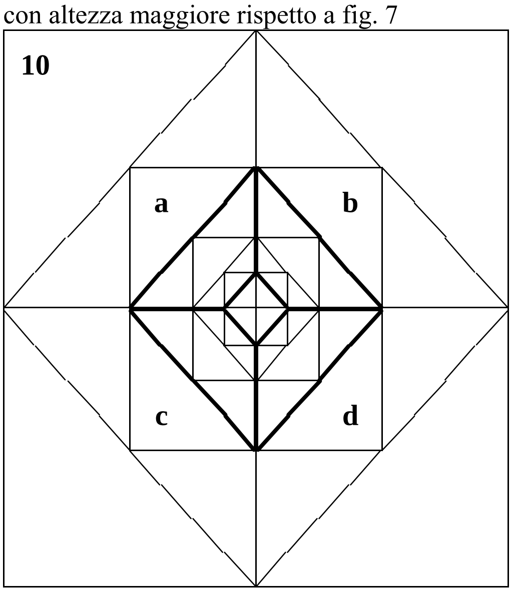

4 trapezi isosceli grandi (a, b, c, d)
con altezza maggiore rispetto a fig. 6




4 trapezi isosceli grandi (a, b, c, d)
con altezza maggiore rispetto a fig. 7




4 trapezi isosceli medi (a, b, c, d)




4 trapezi isosceli medi (a, b, c, d) alt. magg.